

Расчетная работа №6: Применение производной в решении экономических задач.

Цель: Углубленное изучение использования производной, применение ее в реальной жизни.

Основные теоретические положения:

Использование понятия производной в экономике

Издержки производства y будем рассматривать как функцию количества выпускаемой продукции x . Пусть Δx - прирост продукции, тогда Δy - приращение издержек производства и $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ - среднее приращение издержек производства на единицу продукции. Производная $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ выражает **предельные издержки производства** и характеризует приближенно на производство единицы дополнительной продукции.

Предельные издержки зависят от уровня производства (количества выпускаемой продукции) x и определяются не постоянными производственными затратами, а лишь переменными (на сырье, топливо и т.д.). Аналогичным образом могут быть определены *предельная выручка, предельный доход, предельный продукт, предельная полезность, предельная производительность* и другие предельные величины.

Для исследования экономических процессов и решения других прикладных задач часто используется понятие **эластичности функции**.

Определение. Эластичностью функции $|E_x(y)|$ называется предел отношения относительного приращения функции y к относительному приращению переменной x при $x \rightarrow 0$:

$$E(y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} \right) = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{y} * y'$$

Эластичность функции показывает приближенно, на сколько процентов изменится функция $y=f(x)$ при изменении независимой переменной x на 1%.

Эластичность функций применяется при анализе спроса и потребления. Например эластичность спроса y относительно цены x (или дохода x) - коэффициент, определяемый по формуле и показывающий приближенно, на сколько процентов изменится спрос (объем потребления) при изменении цены (или дохода) на 1%.

Если эластичность спроса (по абсолютной величине) $|E_x(y)| > 1$, то спрос считают *эластичным*, если $|E_x(y)| < 1$ - *неэластичным* относительно цены (или дохода). Если $|E_x(y)| = 1$, то говорят о спросе с *единичной эластичностью*.

Индивидуальные задания

З а д а н и е № 1 .

Вариант-1. Зависимость между издержками производства y и объемом выпускаемой продукции x выражается функцией $y=25x+x^4$ (ден./ед.) определить средние и предельные издержки при объеме продукции 5 ед.

Вариант-2. Объем продукции u , произведенный бригадой рабочих, может описан уравнением $u = -2t^3 + 4t^2 + 50t - 10$ (ед), $2 \leq t \leq 5$, где t рабочее время в часах. Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.

Вариант-3. Расход бензина y (л) автомобиля на 50 км пути в зависимости от скорости x (км/ч) описывается функцией $y = 8 + 3x + 0,53x^2$. Оценить относительную погрешность вычисления расхода бензина при скорости $x = 70$ км/ч, определенной с точностью до 3%.

Вариант-4. Зависимость между себестоимостью единицы продукции y (тыс.руб.) и выпуском продукции x (млрд.руб.) выражается функцией $y=-2x-10$. Найти эластичность себестоимости при выпуске продукции равном 10 млн.руб.

Вариант-5. Зависимость между издержками производства y и объемом выпускаемой продукции x выражается функцией $y=5x^2+x^3$ (ден./ед.) определить средние и предельные издержки при объеме продукции 15 ед.

З а д а н и е № 2 .

Вариант-1. Объем продукции u , произведенный бригадой рабочих, может описан уравнением $u = -t^2 - 2t - 25t + 10$ (ед.), $1 \leq t \leq 3$, где t рабочее время в часах. Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.

Вариант-2. Расход бензина y (л) автомобиля на 25 км пути в зависимости от скорости x (км/ч) описывается функцией $y = 15 - 2x^3 + 0,5x^2$. Оценить относительную погрешность вычисления расхода бензина при скорости

$x = 50$ км/ч, определенной с точностью до 7%.

Вариант-3. Зависимость между издержками производства y и объемом выпускаемой продукции x выражается функцией $y = x^2 + x^3$ (ден./ед.) определить средние и предельные издержки при объеме продукции 10 ед.

Вариант-4. Расход бензина y (л) автомобиля на 150 км пути в зависимости от скорости x (км/ч) описывается функцией $y = 25x - 0,25x^2$. Оценить относительную погрешность вычисления расхода бензина при скорости x

$= 100$ км/ч, определенной с точностью до 5%.

Вариант-5. Объем продукции u , произведенный бригадой рабочих, может описан уравнением

$u = -4t^2 - 3t + 10$ (ед.), $1 \leq t \leq 4$, где t рабочее время в часах. Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.

З а д а н и е № 3 .

Вариант-1. Расход бензина y (л) автомобиля на 50 км пути в зависимости от скорости x (км/ч) описывается функцией $y = 10 - 2x + 3x^2$. Оценить относительную погрешность вычисления расхода бензина при скорости x

$= 120$ км/ч, определенной с точностью до 2%.

Вариант-2. Зависимость между себестоимостью единицы продукции y (тыс.руб.) и выпуском продукции x (млрд.руб.) выражается функцией $y = 0,25x^2 + 10x$. Найти эластичность себестоимости при выпуске продукции равном 5 млн.руб.

Вариант-3. Зависимость между себестоимостью единицы продукции y (тыс.руб.) и выпуском продукции x (млрд.руб.) выражается функцией $y = 5x^2 + 2x - 10$. Найти эластичность себестоимости при выпуске продукции равном 8 млн.руб.

Вариант-4. Зависимость между издержками производства y и объемом выпускаемой продукции x выражается функцией $y = 50x^2 - 0,25x^4$ (ден./ед.) определить средние и предельные издержки при объеме продукции 3 ед.

Вариант-5. Расход бензина y (л) автомобиля на 80 км пути в зависимости от скорости x (км/ч) описывается функцией $y = 10 - 2x + 0,5x^2$. Оценить относительную погрешность вычисления расхода бензина при скорости

$x = 55$ км/ч, определенной с точностью до 3%.

Контрольные вопросы

- 1) В каких случаях говорят об эластичном, неэластичном спросе?
- 2) Что показывает эластичность функции?
- 3) От чего зависят предельные издержки?

